Repérage dans le plan

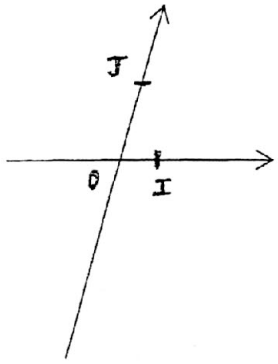
1) Repères du plan

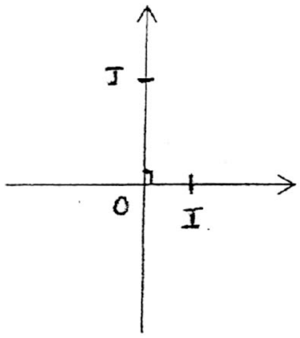
Un repère est constitué de 3 points distincts non alignés.
Si (O , I , J) est un repère , O est ....

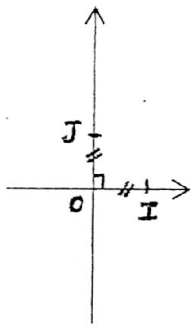
(OI) est ....

(OJ) est ....

Si les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires, le repère est ....
Si de plus OI = OJ= 1, le repère est ....







2) Coordonnées d'un point dans un repère orthonormé.

a) Propriété (admise)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé , tout point M est repéré par un couple de nombres réels $(x_M ; y_M)$ appelé couple des coordonnées du point M.

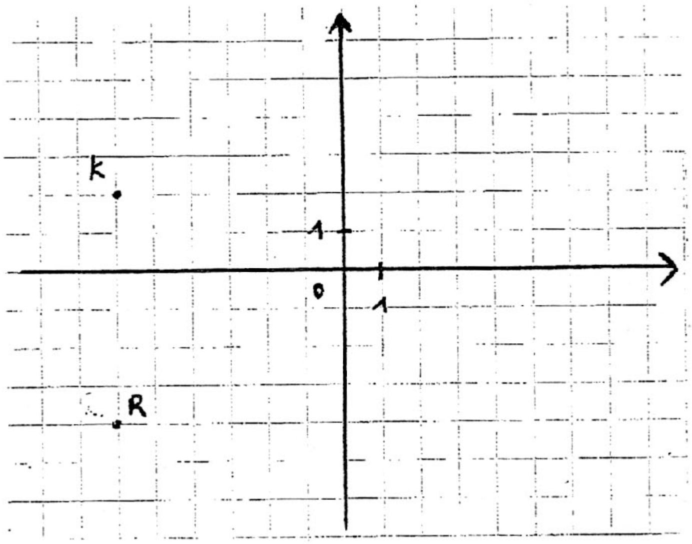
- x_M est l'abscisse de M
- y_M est l'ordonnée de M

On note : $M (x_M ; y_M)$

b) Exemple

Dans le repère ci-contre placer A(-2 ;3) B(4 ;-5) ; C(3 ;3) et E(-6 ;-3).
Donner les coordonnées de K et R.

Donner les coordonnées de M milieu de [AC]
puis de L milieu de [KR] et enfin de N milieu de [KL].



3) Coordonnées du milieu d'un segment

a) Propriété (admise)

Soit A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B) deux points du plan rapporté au repère (O,I,J) et M le milieu de [AB] ,

Alors $x_M = \dfrac{x_A+x_B}{2}$ et $y_M = \dfrac{y_A+y_B}{2}$

b) Exercice

Soit A (-3 ; -1) et B (-1 ; 4) deux points dans un repère (O , I ,J)et E le symétrique de A par rapport à B.

1. Calculer les coordonnées de M milieu de [AB].
2. Calculer les coordonnées de E.
3. Soit P (2 ; -2) et R (4 ; 3). Qu'observe t-on ? Montrer le.

4) Distance de deux points en repère orthonormé

a) Propriété

Soit A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B) deux points du plan rapporté au **repère orthonormé** (O,I,J) , alors

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

b) Exemple

Soit M (-1 ; 3) et N (5 ; 3) deux points dans un repère orthonormé (O, I,J)

Calculer MN

c) Exercice

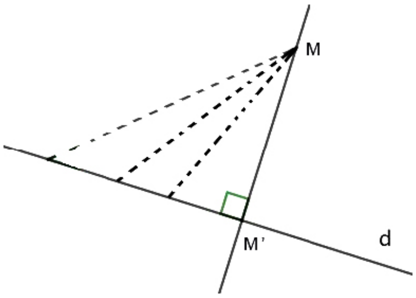
Soit A(-2 ;2) ; B(2 ;4) et C(4 ;0) trois points d'un repère orthonormé (O,I,J).

Quelle est la nature du triangle ABC ? Démontrer.

5) Projeté orthogonal

a) Définition :

Si M' est le projeté orthogonal d'un point M sur une droite *(d)*, alors M' est le point de *(d)* tel que *(d)* et *(MM')* soient perpendiculaires.



b) Propriété :

Soient une droite *(d)* et soit M un point n'appartenant pas à *(d)*. On dit que M' est le projeté orthogonal de M sur *(d)* si M' est le point de la droite *(d)* tel que la longueur MM' soit la plus petite possible.

6) Trigonométrie

<u>Démonstration exigible :</u> $(\cos\alpha)^2+(\sin\alpha)^2=1$

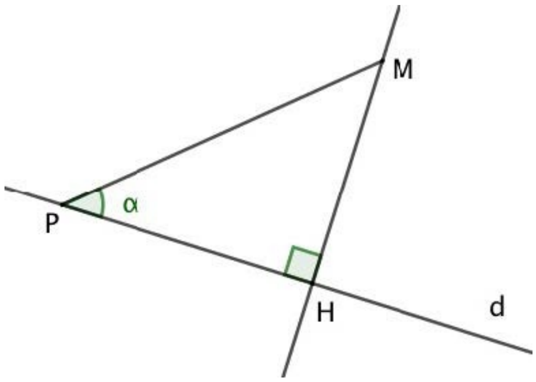
Soit une droite (d) et un point P appartenant à (d).

Soit un point M n'appartenant pas à (d).

On appelle H le projeté orthogonal du point M sur la droite (d).

On note **α** l'angle $\widehat{MPH}$.

Faire un dessin puis démontrer que $(\cos\alpha)^2+(\sin\alpha)^2=1$.



Le triangle PHM est rectangle en H, on a donc : $\cos\alpha=\dfrac{PH}{PM}$.

De même, on a : $\sin\alpha=\dfrac{HM}{PM}$.

$$(\cos\alpha)^2+(\sin\alpha)^2=\frac{PH^2}{PM^2}+\frac{HM^2}{PM^2}=\frac{PH^2+HM^2}{PM^2}$$

Or PHM est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $PH^2+HM^2=PM^2$

Donc $(\cos\alpha)^2+(\sin\alpha)^2=\dfrac{PM^2}{PM^2}=1$

Donc $(\cos\alpha)^2+(\sin\alpha)^2=1$.

Exercices : n° 29 page 160 + n° 16, 17, 22, 23 et 24 page 159.
n° 41, 47 et 59 pages 162 à 164.